

# OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS DE INVERSIÓN MODELO DE MARKOWITZ Y ESTIMACIÓN DE VOLATILIDAD CON GARCH<sup>a</sup>

## INVESTMENT PORTFOLIO OPTIMIZATION MARKOWITZ MODEL AND ESTIMATES OF VOLATILITY WITH GARCH

Patricio Gálvez G<sup>b</sup>  
Marcelo Salgado I<sup>c</sup>  
Mauricio Gutiérrez U<sup>d</sup>

### RESUMEN

En el artículo se aborda el problema de construcción de portafolios de inversiones usando el modelo de Markowitz, proponiendo una forma distinta de calcular la volatilidad a través de modelos Garch, lo que permite una mejor captura de la realidad. El problema se resuelve a través de la técnica de multiplicadores de Lagrange.

Se aplica este modelo en el mercado de la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile evaluando su desempeño, usando como referentes un portafolio de mercado que replica el índice IGPA (Benchmark). Finalmente se hace referencias a trabajos futuros.

**PALABRAS CLAVES:** Portafolio, volatilidad, Garch, Lagrange

### ABSTRACT

The article addresses the problem of construction of investment portfolios using the Markowitz model, proposing a different way of calculating the volatility through GARCH model, which allows a better capture of the reality. The problem is solved through the Lagrange multipliers technique.

The model is applied to the market for the Stock Exchange of Santiago, Chile, to evaluate its performance using as reference a market portfolio that replicates the IGPA index (Benchmark). Some implications for future works are mentioned among the conclusions.

**Keywords:** Portfolio, volatility, Garch, Lagrange

<sup>a</sup>Agradecimientos a los departamentos de Estadísticas, Sistemas de Información y Economía y Finanzas de la Universidad del Bío Bío

<sup>b</sup>Ingeniero Matemático departamento de Sistemas de Información de la Universidad del Bío Bío

<sup>c</sup>Ingeniero en Estadística de la Universidad del Bío Bío

<sup>d</sup>Doctor en Finanzas, Magister en Finanzas, Académico del Departamento de Economía y Finanzas de la Universidad del Bío Bío

---

## I INTRODUCCIÓN

En el campo de la teoría de selección de carteras, ocupa un lugar destacado Harry Markowitz que publicó en la revista *Journal of Finance* el artículo *Portfolio Selection*. El modelo planteado es considerado como un gran aporte a nivel teórico y es fundacional para todas las demás investigaciones realizadas posteriormente.

Una de las críticas al modelo de Markowitz es que no considera la volatilidad de una serie financiera suponiendo homocedasticidad. Para abordar este problema se han propuesto modelos entre los que se encuentran la familia GARCH que tienen como finalidad predecir la volatilidad

## II MARCO TEÓRICO

### 2.1 Modelo de Markowitz

El enfoque propuesto por Harry Markowitz[1][2], sobre la conformación de portafolios de inversión, revolucionó el campo de las finanzas, entregando principios, como el de portafolios eficientes, que están presentes en una gran cantidad de modelos de construcción de carteras, conservando de esta forma la esencia de la propuesta inicial.

Un portafolio eficiente, según Markowitz, es aquel que tiene un mínimo riesgo, para un retorno dado o, equivalentemente un portafolio con un máximo retorno para un nivel de riesgo dado.

Una de las formas de encontrar este conjunto de portafolios eficientes es a través del siguiente modelo, que sólo considera la minimización de la varianza del portafolio y que corresponde al siguiente esquema de programación no lineal.

$$\begin{aligned} & \text{Min } \sigma_c^2 \\ & \text{s / a} \\ & \sum_{i=1}^N \bar{R}_i x_i = R \\ & \sum_{i=1}^N x_i = 1 \\ & \text{donde } \sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} \end{aligned}$$

Una vez que el problema es resuelto con alguna técnica de programación matemática, se logra obtener la proporción de cada activo dentro de la cartera de inversiones y que satisfacen las restricciones planteadas en el modelo, sin considerar las condiciones de no negatividad para las ponderaciones de los activos. Para este estudio se resuelve el problema por medio de la técnica de Multiplicadores de Lagrange

El modelo de Markowitz necesita entradas o inputs, los retornos esperados de los activos que integrarán la cartera y la matriz de varianza-covarianza entre los retornos de los activos.

El rendimiento o retorno promedio, es la estimación del retorno esperado y que se expresa como:

$$\bar{R}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_{i,t}$$

donde

$R_{i,t}$  : es el retorno<sup>e</sup> del activo  $i$  al tiempo  $t$ .

$T$  : es el período o ventana de tiempo sobre la cual se está considerando el rendimiento o retorno promedio.

La matriz de varianza covarianza representa toda la variabilidad y, por ende, el riesgo de los activos financieros. Su estimación precisa es fundamental en la determinación de la cartera eficiente en el modelo de media-varianza, ya que contiene la información acerca de la volatilidad de los activos financieros, así como de los comovimientos<sup>f</sup> entre los mismos.

Una de las críticas al modelo es que no considera la volatilidad de una serie financiera suponiendo que la varianza es constante en el tiempo (homocedasticidad), por el contrario es muy frecuente la heterocidad, es decir, la varianza tiene cambios sistemáticos en el tiempo.[3][4][5]

## 2.2 Modelos GARCH

Los orígenes de este tipo de modelos se remontan a los artículos de Robert Engle[6], que propone una formulación que es capaz de modelar la heterocedasticidad observada en las series de tiempo financieras. La posibilidad de entregar una previsión de la varianza condicional de este tipo de series, ya que la condicionalidad implicaba introducir en un modelo la información precedente en los mercados financieros y, por consiguiente, reflejar la conducta de los agentes de estos mercados, como la formación de expectativas en cuanto a los precios, trajo como consecuencia un enorme desarrollo para este tipo de formulaciones

El primero de estos modelos conocido como de Heterocedasticidad condicional autorregresiva o ARCH(q), fue formulado como

$$\begin{aligned} a_t &= \sigma_t \varepsilon_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 \end{aligned}$$

Donde  $\varepsilon_t \sim i.i.d(0,1)$ ,  $\alpha_0 > 1$ , y  $\alpha_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, m$

La primera expresión corresponde al término de error, mientras que la segunda que es el valor de la volatilidad (varianza condicional) en el tiempo  $t$  y que dependen de los cuadrados de estos términos de error.

El término  $\varepsilon_t$  puede asumir una distribución normal, t-student o una distribución de error generalizada. En cuanto al término  $\alpha_i a_{t-i}^2$ , corresponde a la innovación que se produce en la volatilidad en el período inmediatamente anterior y, finalmente, los términos  $\alpha_0$  y  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_m$  son los parámetros a ser estimados.

<sup>e</sup>El retorno de un activo se define como  $R_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}}$ , que corresponde a la tasa de variación de los precios del activo para un período dado.

La generalización de este modelo a esquemas multivariados originó los modelos MGARCH o GARCH propuesto por Bollerslev, Engle y Wooldridge en 1988.[6][7]

La formulación general para un MGARCH(p,q) es :

$$vech(\Omega_t) = \Omega + \sum_{i=1}^q A_i vech(\varepsilon_{t-i} \varepsilon_{t-i}') + \sum_{i=1}^p B_i vech(\Omega_{t-i})$$

Donde  $vech(\cdot)$  es un operador que permite descomponer la matriz  $\Omega_t$  de covarianza condicional. Este modelo es muy complejo, ya que no se garantiza que la matriz de covarianza condicional estimada sea definida positiva, por otra parte su implementación computacional no está exenta de dificultades ya que la cantidad de parámetros a estimar es enorme incrementándose los costos en este sentido.

Se han hecho esfuerzos para desarrollar formas más parsimoniosas, en el esquema multivariado, y que también garanticen que la matriz de covarianza condicional estimada sea definida positiva, surgiendo interesantes formulaciones auxiliadas por modelos de tipo financiero y que contemplan el uso de modelos GARCH univariados para determinar la matriz de covarianza condicional.

### 2.3 La frontera eficiente.

La frontera eficiente es el conjunto de puntos del plano de retorno-riesgo, en la cual están todas las carteras de inversión que tienen un mínimo riesgo para un retorno esperado dado.

Cuando se usa optimización para obtener la frontera eficiente, se debe resolver el problema de optimización, para cada nivel de retorno  $R$  elegido por el inversionista.

En el presente trabajo, se usa esta misma lógica para resolver dicho problema, pero se describe un método que puede resultar más cómodo y que está basado en los multiplicadores de Lagrange.

## III APLICACIÓN

Los datos que se utilizaron para este trabajo corresponden a títulos accionarios que fueron transados en la Bolsa de Comercio de Santiago de Chile en el período que va desde el 2 de Enero de 1995 al 29 de Diciembre de 2000.

Existen numerosos criterios que recomiendan los expertos y que permiten elegir los activos (o pasivos) que conformaran un portafolio de inversiones como los que están basados en: la liquidez del título, la mayor presencia bursátil del mismo, su patrimonio bursátil, etc.

Sin embargo, para los objetivos que se propone este trabajo, solamente se consideran criterios como: el de elegir sólo títulos accionarios, ya que éstos poseen la característica de alta volatilidad que es la deseable para elaborar los modelos, y por otro lado que los títulos elegidos sean transados en la bolsa el mayor número de veces en el período considerado, de tal forma que estos activos sean de alguna forma representativos de los movimientos del mercado.

En consecuencia, los títulos que cumplen con los criterios antes señalados y que conformarán los portafolios de inversión son: COPEC (sector recursos naturales), CAP (sector industria), CTC-A y ENTEL (sector servicios), COLBUN y ENDESA (sector eléctrico).

Respecto de la elección del período de tiempo para elaborar los modelos éste se dividió en dos partes. La primera corresponde al período que va desde el 2 de Enero de 1995 al 30 de Diciembre

de 1999, y es el período utilizado para hacer las estimaciones necesarias para la formación de los modelos, y el período que va desde el 3 de Enero de 2000 al 29 de Diciembre del mismo año, en el que se mide el desempeño de las carteras de inversión.

Para la estimación de la matriz de covarianza condicional, se procedió primeramente a obtener las desviaciones estándar condicionales, para cada uno de las series de retornos de los activos seleccionados, usando modelos GARCH.

Una de las etapas importantes en el ajuste de este tipo de modelos es el diagnóstico de la presencia de los hechos estilizados en cada una de las series de retornos utilizadas. Se procedió a realizar pruebas estadísticas y gráficas sobre las series de retornos accionarios bajo estudio, con el objeto de poder establecer la presencia de algunos de los hechos estilizados.

La metodología para ajustar los modelos, consistió en aplicar los criterios de información para seleccionar los modelos que mejor se ajustaran a los datos en estudio, se procedió entonces a elaborar, en cada serie de retornos, un grid para cada combinación GARCH (p,q), donde ;  $p=0,1,2,\dots,9$ ;  $q=1,2,\dots,9$  y AR(p),  $p=1,2,\dots,9$

Para medir la calidad que las medidas de adherencia incorporan y penalizan la cantidad de parámetros presentes en el modelo, y que son conocidos como criterios de información, y que son recomendados por la literatura para evaluar adherencia en los modelos GARCH [8] en particular se usó el Criterio de Información Bayesiano (BIC) definido por :

$$BIC = -2LnL + k \frac{Ln(n)}{n}$$

Donde:

$L$  = verosimilitud evaluada en el máximo

$n$  = número de observaciones utilizadas en la estimación del modelo

$k$  = número de parámetros estimados en el GARCH

Es así que se eligieron los modelos que minimizan el valor del BIC, ya que este último criterio presenta mejores propiedades [ 9]

La especificación de los modelos fueron los siguientes

– COPEC

Modelo: AR(1)-GARCH(1,1)

$$y_t = 0,14269y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,42936 + 0,20293 \varepsilon_{t-1}^2 + 0,68527\sigma_{t-1}^2$$

---

– CTC-A

Modelo: AR(1)-GARCH(1,1)

$$y_t = 0,21411y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,01484 + 0,11093\varepsilon_{t-1}^2 + 0,89593\sigma_{t-1}^2$$

– CAP

Modelo: AR(1)-GARCH(3,3)

$$y_t = 0,25295y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 = & 0,91674 + 0,15492\varepsilon_{t-1}^2 + 0,25112\varepsilon_{t-2}^2 + 0,11045\varepsilon_{t-3}^2 - 1,11794\sigma_{t-1}^2 \\ & + 0,52276455\sigma_{t-2}^2 + 0,79104\sigma_{t-3}^2\end{aligned}$$

– COLBUN

Modelo: AR(1)-GARCH(1,1)

$$y_t = 0,09995y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 1,20797 + 0,28229\varepsilon_{t-1}^2 + 0,46514\sigma_{t-1}^2$$

– ENDESA

Modelo: AR(1)-GARCH(1,1)

$$y_t = 0,17428y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,25508 + 0,21798\varepsilon_{t-1}^2 + 0,72969\sigma_{t-1}^2$$

– ENTEL

Modelo: AR(1)-GARCH(1,1)

$$y_t = 0,21601y_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,02226 + 0,07954\varepsilon_{t-1}^2 + 0,91937\sigma_{t-1}^2$$

## IV ANÁLISIS DE RESULTADOS

La elaboración del modelo de cartera de media varianza es aplicado a los seis activos seleccionados y que corresponden a acciones pertenecientes a: COPEC, CTC-A, CAP, COLBUN, ENDESA Y ENTEL.

La inversión se hace considerando datos de frecuencia diaria para las series correspondientes a los activos mencionados, tomando la información de las series hasta el 29 de Diciembre de 2000, fecha en que se construye el portafolio, es decir se realiza la inversión.

### 4.1 Resultados modelo con estimación no condicional de matriz de varianza covarianza

El modelo considera la misma información que el anterior, respecto de la media de los retornos para cada activo al 29 de Diciembre de 2000, pero que es distinta para la matriz de varianza-covarianza, información que se muestra en las tablas siguientes.

Tabla 1: Media de los retornos para cada activo en el período considerado.

<b>Acción</b>	<b>COPEC</b>	<b>CTC-A</b>	<b>CAP</b>	<b>COLBUN</b>	<b>ENDESA</b>	<b>ENTEL</b>
<b>Media</b>	0,021%	0,040%	-0,034%	-0,028%	-0,005%	0,006%

Donde la matriz de varianza covarianza, en este modelo será:

Tabla 2: Matriz varianza covarianza no condicional (cifras en %)

	<i>COPEC</i>	<i>CTC-A</i>	<i>CAP</i>	<i>COLBUN</i>	<i>ENDESA</i>	<i>ENTEL</i>
<i>COPEC</i>	<b>0,038%</b>	0,020%	0,017%	0,014%	0,019%	0,017%
<i>CTC-A</i>	0,020%	<b>0,043%</b>	0,015%	0,013%	0,021%	0,014%
<i>CAP</i>	0,017%	0,015%	<b>0,034%</b>	0,011%	0,014%	0,014%
<i>COLBUN</i>	0,014%	0,013%	0,011%	<b>0,044%</b>	0,014%	0,011%
<i>ENDESA</i>	0,019%	0,021%	0,014%	0,014%	<b>0,040%</b>	0,014%
<i>ENTEL</i>	0,017%	0,014%	0,014%	0,011%	0,014%	<b>0,046%</b>

Gráfico 1 Frontera eficiente obtenida

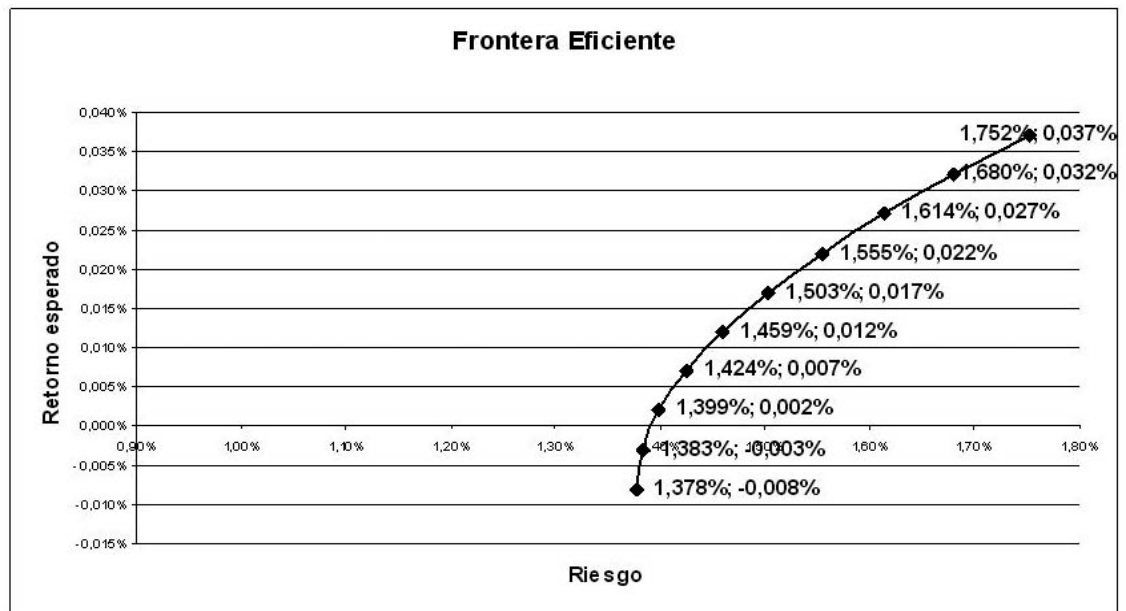


Tabla 3 Porcentajes invertidos por cada activo en la cartera con varianza-covarianza no condicional

		MONTOS A INVERTIR (%)						
	Retorno							Desviación
	Esperado cartera	COPEC	CTC-A	CAP	COLBUN	ENDESA	ENTEL	E s t á n d a r Cartera
CARTERA1	0,037%	39,630%	52,652%	-18,096%	0,312%	2,081%	23,420%	1,752%
CARTERA2	0,032%	36,324%	48,042%	-13,201%	2,667%	3,428%	22,739%	1,680%
CARTERA3	0,027%	33,018%	43,432%	-8,306%	5,022%	4,776%	22,058%	1,614%
CARTERA4	0,022%	29,712%	38,822%	-3,411%	7,377%	6,123%	21,377%	1,555%
CARTERA5	0,017%	26,406%	34,212%	1,484%	9,732%	7,471%	20,695%	1,503%
CARTERA6	0,012%	23,100%	29,601%	6,379%	12,087%	8,819%	20,014%	1,459%
CARTERA7	0,007%	19,794%	24,991%	11,274%	14,442%	10,166%	19,333%	1,424%
CARTERA8	0,002%	16,487%	20,381%	16,169%	16,797%	11,514%	18,652%	1,399%
CARTERA9	-0,003%	13,181%	15,771%	21,064%	19,152%	12,861%	17,971%	1,383%
CARTERA min	-0,008%	9,875%	11,161%	25,959%	21,507%	14,209%	17,289%	1,378%

## 4.2 Medición del desempeño de las carteras

La medición del desempeño de las carteras tiene como finalidad poder evaluar la gestión del portafolio basándonos en el riesgo-retorno de la cartera. Se han propuesto diversas alternativas entre las que se encuentra el índice de Sharpe[10], que es una medida que nos permite efectuar comparaciones entre distintos portafolios. Esta será la medida que utilizaremos en este trabajo, y que se define de la siguiente forma:

$$S_p = \frac{\bar{R}_p - R_f}{\sigma_p}$$

donde

$\bar{R}_p$  : es el retorno esperado del portafolio durante el período de medición

$R_f$  : es la tasa libre de riesgo

$\sigma_p$  : es la desviación estándar para el retorno del portafolio

Este índice mide la relación entre la prima de riesgo de la cartera  $\bar{R}_p - R_f$  y su riesgo total  $\sigma_p$ .

Este índice fue calculado para el período que va desde el 3 de Enero de 2000 al 29 de Diciembre 2000, empleándose como tasa libre de riesgo los pagarés reajustables del Banco Central (PRBC). Junto al cálculo del índice, o ratio, Sharpe se determina la rentabilidad del portafolio o cartera de mercado la cual corresponde al índice IGPA para el mismo período.

La utilización del IGPA como cartera de mercado o portafolio comparador (Benchmark) se basa en que es un índice representativo del mercado chileno reflejando la globalidad de éste en cuanto a rentabilidad y riesgo.



Para determinar las variaciones del índice IGPA se empleó la siguiente relación: donde

$$R_t = \frac{IGPA_t}{IGPA_{t-1}} - 1$$

$R_t$  : es el retorno obtenido por el índice en el período considerado

$IGPA_t$  : son los puntos obtenidos por el índice al período t

$IGPA_{t-1}$  : son los puntos obtenidos por el índice al período t-1

Las tablas muestran los desempeños obtenidos por las carteras determinadas con los modelos de media varianza, utilizando matrices de varianza covarianza no condicionales para los meses de Enero y Febrero

Tabla 4 Desempeño carteras para el período Enero y Febrero

Fecha	Retorno	Desviación	Ratio	Fecha	Retorno	Desviación	Ratio
ENERO	Promedio	Estándar	Sharpe	FEBRERO	Promedio	Estándar	Sharpe
IGPA	0,24%	0,93%	-5,48	IGPA	-0,21%	0,96%	-6,09
CARTERA1	0,38%	2,62%	-1,89	CARTERA1	-0,12%	1,66%	-3,47
CARTERA2	0,38%	2,45%	-2,02	CARTERA2	-0,11%	1,62%	-3,55
CARTERA3	0,38%	2,30%	-2,15	CARTERA3	-0,10%	1,59%	-3,62
CARTERA4	0,38%	2,15%	-2,3	CARTERA4	-0,09%	1,56%	-3,67
CARTERA5	0,38%	2,01%	-2,46	CARTERA5	-0,08%	1,54%	-3,72
CARTERA6	0,38%	1,88%	-2,62	CARTERA6	-0,07%	1,52%	-3,75
CARTERA7	0,38%	1,77%	-2,79	CARTERA7	-0,06%	1,51%	-3,77
CARTERA8	0,39%	1,67%	-2,95	CARTERA8	-0,05%	1,51%	-3,78
CARTERA9	0,39%	1,60%	-3,1	CARTERA9	-0,03%	1,51%	-3,77
CARTERA_min	0,39%	1,54%	-3,21	CARTERA_min	-0,02%	1,52%	-3,74

Para los meses de enero y febrero se observa que todas las carteras presentan mayor rentabilidad que la cartera de mercado. Por otro lado, el ratio de Sharpe es negativo para todas las carteras, pero a pesar de ello, presenta un valor superior al de la cartera de mercado.

## V CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

Los modelos aplicados para la formación de carteras de inversión proporcionan cierto grado de cobertura frente al riesgo, evitando pérdidas mayores que las que tiene el mercado. A pesar que los valores para los índices de desempeño utilizados son siempre negativos, los valores para las carteras de inversión en general son menores que los mostrados en todos los períodos por el mercado.

Otro aspecto interesante, es que los modelos de cartera que emplearon en su formulación, las matrices de varianza covarianza condicionales, exhibieron la mayoría de las veces, retornos promedio superiores a los retornos promedio de carteras, sin usar varianza covarianza condicional para su formulación, lo que tal vez, sea indicio que el empleo de los modelos GARCH en la estimación de la volatilidad condicional, de alguna manera logra capturar la información del mercado traspasándola al modelo de media varianza, lo que se traduce en que las ponderaciones para cada activo dentro de la cartera sean distintas, que cuando se usa varianza covarianza no condicional.

---

Respecto a la eficiencia computacional abordar el problema mediante multiplicadores de Lagrange es ineficiente por el alto grado de recurso de las matrices de covarianza por lo que en trabajos futuros se pretende abordar por estrategias de algoritmos evolutivos tomando como referencias trabajos precedentes realizados [11][12][13][14][15]

## REFERENCIAS

1. Markowicz, H (1952) “Portfolio Selection”. Journal of Finance 7 (1): 77-91
2. Markowicz, H (1959) “Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment”, John Wiley, Nueva York,
3. Glosten L, Jagannathan R, Runkle D. (1993) On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. The journal of finance volumen 48 n° 5 pp. 1779-1795
4. Nelson D. (1991) Conditional Heteroskedasticity in assets returns. A new approach Econometrica volumen 54 n° 2 pp. 347-370
5. Schwert W. (1989) Why does stock market volatility change over time? The journal of finance volumen 44, n° 5, pp. 1115-1135
6. Engle R, Bollerslev T (1986) Modelling the persistence of conditional variances Econometric Reviews, Volume 5, Issue 1, pages 1 – 5
7. Bollerslev (1986) T Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, *Journal of Econometrics*, 31:307-327
8. Fernández, C., (2006) “Modelos GARCH para series financieras: Una aplicación al cálculo del valor en riesgo (VAR)”, -IAPUC-Instituto de Gestao de Riscos Financeiros e Atuariais Departamento De Engenharia Eletrica Rio.
9. Salgado , Marcelo (2010) “ Construcción de una cartera de Inversión en acciones usando modelo GARCH en la estimación de la variabilidad, bajo el modelo de media-varianza de Markowitz” Proyecto de Título Ingeniería Estadística Universidad del Bio Bio
10. Sharpe W. (1970, “Portfolio Theory and Capital Market”, Mc Graw-Hill. Nueva York, 1970
11. Castro, J. (2005. Creación de Portafolios de Inversión Utilizando Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo. Tesis de Maestría en Ciencias, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional de México.
12. Coello, C. y Toscano, G. (2001). A Micro Genetic Algorithm for Multiobjective Optimization. First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization. Springer Verlag. Lecture notes in Computer Science.
13. Gálvez P, Gutiérrez M, Torres E (2005) Algoritmos Inteligente en Optimización de Carteras Enefa 2005

14. Torres, E. Gutiérrez, M. Gálvez, P. (2006) Algoritmo Genético (Micro-AG) en Optimización de Carteras. VI Conferencia Internacional de Finanzas, Universidad de Santiago de Chile.
15. Gutiérrez M , Torres E, Gálvez P , Poo G(2007) Optimización de Portafolios accionarios a través de un algoritmo genético Ind Data Jul 2007 n 2 pag 12-20

---